**Программа учебной дисциплины Численные Методы**

Утверждена

Академическим советом ООП

Протокол № от «\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г.

|  |  |
| --- | --- |
| Автор  | Лобачёв Виктор Анатольевич |
| Число кредитов  | 5 |
| Контактная работа (час.)  | 60 |
| Самостоятельная работа (час.)  | 130 |
| Курс  | 3 |
| Формат изучения дисциплины | Без использования онлайн курса |

1. **ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ**

Целями освоения дисциплины «Численные методы» являются:

* Ознакомление студентов с приближёнными методами для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, возникающих при работе с данными.
* Формирование у студентов практических навыков работы с данными и приближённого решения частых практических задач в области машинного обучения, оптимизации и имитационного моделирования.

Настоящая дисциплина относится к блоку дисциплины по выбору профессионального цикла. Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть знаниями и компетенциями следующих дисциплин:

* Математический анализ
* Линейная алгебра и геометрия
* Дифференциальные уравнения
* Алгоритмы и структуры данных

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин:

* Машинное обучение 1
* Машинное обучение 2
* Непрерывная оптимизация
* Дискретная оптимизация
* Машинное обучение на больших данных
* Байесовские методы машинного обучения
* Глубинное обучение
* Компьютерное зрение

В качестве цели(ей) освоения дисциплины кратко указываются охват предметной области, глубина её изучения и уровень профессиональных требований, отражающих образовательные результаты ОП, в рамках которой реализуется учебная дисциплина.

При определении результатов обучения разработчик ПУД ориентируется на образовательные результаты и/или компетенции, определённые в ОП, в рамках которой реализуется учебная дисциплина.

Определяется место дисциплины в учебном плане (при наличии указываются пререквизиты и постреквизиты).

В результате освоения дисциплины студент осваивает компетенции:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Компетенция | Код по ОС ВШЭ | Уровень формирования компетенции | Показатели достижения результата | Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции | Форма контроля уровня сформированности компетенций |
| Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области.  | УК-2 | РБ | Умеет ставить задачи, искать справочную информацию в новых предметных областях | Лекции, семинары | Экзамен |
| Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза  | УК-3 | РБ | Умеет ставить исследовательские вопросы в профессиональной области | Лекции, семинары | Экзамен |
| Способен описывать проблемы и ситуации профессиональной деятельности, используя язык и аппарат математики | ПК-1 | РБ, СД | Умеет проектировать и реализовывать математические алгоритмы и применять их для решения конкретных задач | Проектная работа, семинары | Домашнее задание, Контрольная работа |
| Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат | ПК-3 | СД | Умеет формализовать задачу из предметной области, используя аппарат математики | Лекции, семинары, проектная работа | Экзамен, Контрольная работа |
| Способен разработать математическую модель и провести её анализ для поставленной теоретической или прикладной задачи | ПК-8 | РБ, СД | Способен разрабатывать математические алгоритмы анализировать их качество  | Лекции, семинары, проектная работа | Домашнее задание |
| Способен разработать и реализовать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи на основе математической модели | ПК-9 | СД | Способен реализовывать математические алгоритмы в виде программного кода для решения прикладных задач. |  | Домашнее задание |

# Содержание УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

*Тема 1* *Введение в численные методы, описание основных задач.*

*Тема 2.Численное дифференцирование.*

*Тема 3. Интерполяция.*

*Тема 4. Численное интегрирование.*

*Тема 5. Аппроксимация функций.*

*Тема 6. Решение систем линейных уравнений.*

*Тема 7. Решение систем нелинейных уравнений.*

*Тема 8. Решение задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.*

*Тема 9. Решение краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.*

# ОЦЕНИВАНИЕ

В курсе предусмотрено несколько форм контроля знаний:

* Промежуточная контрольная работа в конце 1-го модуля: интегрирование, дифференцирование, интерполяция.
* Курсовой проект (применение численных методов в показе медийной рекламы).
* Итоговая контрольная работа в конце 2-го модуля.
* Устный экзамен.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-балльной шкале.

Результирующая оценка рассчитывается по формуле

$$О\_{итог}=0.7О\_{накоп}+0.3О\_{экз},$$

накопленная оценка $О\_{накоп}$ вычисляется как

$$О\_{накоп}=0.1О\_{пкр}+0.5О\_{фкр}+0.4О\_{проект},$$

где пкр – промежуточная контрольная работа, фкр – финальная контрольная работа, экз – экзамен.

# ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## Примеры экзаменационных вопросов

1. Численное дифференцирование. Простейшие формулы численного дифференцирования.
2. Метод неопределенных коэффициентов для вывода формул численного дифференци
3. рования.
4. Порядок аппроксимации формул численного дифференцирования.
5. Оптимальный шаг сетки численного дифференцирования.
6. Постановка задачи интерполяции.
7. Кусочно-линейная интерполяция, оценка ее погрешности.
8. Полиномиальная интерполяция, ее существование и единственность. Интерполяционный полином в форме Лагранжа.
9. Разделенные разности. Интерполяционный полином в форме Ньютона.
10. Обусловленность задачи интерполяции и константа Лебега.
11. Теорема об остаточном члене интерполяционного полинома.
12. Оценка остаточного члена на равномерной сетке.
13. Полиномы Чебышева, их свойства.
14. Применение полиномов Чебышева при построении узлов полиномиальной интерполяции.
15. Сплайн-интерполяция. Построение кубического S-сплайна.
16. Численное интегрирование. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности квадратурных формул.
17. Квадратурные формулы Гаусса.
18. Норма матрицы. Согласованные и подчиненные нормы. Примеры подчиненных матричных норм.
19. Обусловленность матрицы. Теорема об относительной погрешности решения системы линейных алгебраических уравнений.
20. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений и ее связь с обусловленностью матрицы.
21. LU-разложение матрицы.
22. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений и его связь с LU-разложением матрицы. Выбор ведущего элемента.
23. Разложение Холецкого.
24. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Устойчивость итерационных методов по отношению к ошибкам округления.
25. Теорема о сходимости итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений.
26. Теорема об эквивалентности задач минимизации квадратичного функционала и решения системы линейных алгебраических уравнений.
27. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений, основанные на минимизации функционалов. Методы наискорейшего спуска и минимальных невязок. Метод сопряженных градиентов.
28. Переопределенные системы линейных алгебраических уравнений. Задачи, приводящие к переопределенным системам линейных алгебраических уравнений. Определение обобщенного решения переопределенной системы линейных алгебраических уравнений.
29. Теорема об обобщенном решении переопределенной системы линейных алгебраических уравнений.
30. Решение нелинейных алгебраических уравнений методами простых итераций и релаксации.
31. Критерий сходимости простых итераций. Графическая интерпретация метода простых итераций. Порядок сходимости метода простых итераций.
32. Решение нелинейных алгебраических уравнений методом Ньютона. Теорема о квадратичной сходимости метода Ньютона.
33. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Простейшие разностные схемы: явная и неявная схема Эйлера, схема с центральной точкой.
34. Аппроксимация, устойчивость, сходимость разностных схем решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема Рябенького-Лакса.
35. Методы Адамса численного решения задачи Коши.
36. Краевая задача для обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка.
37. Метод прогонки для решения линейной краевой задачи. Устойчивость метода прогонки.
38. Методы решения нелинейной краевой задачи.

## Примеры задач для контрольной работы

1. Задана следующая табличная функция:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | -1 | 1 | 2 |
| $$f(x)$$ | 4 | 1 | 0 |

Функция *f(x)* во всех узлах задана с абсолютной погрешностью 0.1. Пусть *f(x)* принадлежит классу функций: =0.2. С помощью метода неопределенных коэффициентов вывести формулу вычисления первой производной в точке *х*=2 со вторым порядком аппроксимации, вычислить первую производную в точке *х*=2 и оценить точность вычисленного значения производной.

**2.** Задана следующая табличная функция:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$t$$ | -2 | -1.25 | 1.75 | 2.59 |
| $$f(t)$$ | -1 | -0.5 | 0.5 | 0.7 |

Найти значение *t*, при котором *f*(*t*) = 0, используя обратную интерполяцию.

**3.** Построить сетку из трех точек, минимизирующую оценку остаточного члена полиномиальной интерполяции на отрезке и оценить максимальную погрешность интерполяции функции  на этом отрезке.

**4.** Задана следующая табличная функция:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $$f(x)$$ | 0 | 0.3 | 0.5 | 0.6 | 0.6 |

 имеет бесконечное число производных. Вычислить значение интеграла с использованием формулы трапеций. Оценить погрешность вычисления этого интеграла.

**5.** В системе линейных алгебраических уравнений  матрица **А** задана точно: , а правая часть  может иметь погрешность . Пусть . При каком значении  погрешность решения  будет удовлетворять неравенству , где норма ?

**6.**  Предложить метод релаксации для нахождения корня уравнения



на отрезке с постоянным параметром. Найти оптимальное значение релаксационного параметра.

**7.** Дана таблица результатов эксперимента:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | -1 | 0 | 1 | 1 |
| $$y$$ | 0.2 | 0.1 | -0.1 | -0.2 |

Построить систему полиномов первого порядка, ортогональную на заданной сетке, и на ее основе найти методом наименьших квадратов наилучшее приближение данных линейной функцией *y=y(x).*

1. **РЕСУРСЫ**

**Основная литература**

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы -- М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011.

**Дополнительная литература**

* 1. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. — М.: Наука–Физматлит, 1994. — 335 с.; 3-е изд. — М.: Физматлит, 2008.
	2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1989
	3. Калиткин Н.Н. Численные методы — БХВ-Петербург, 2011.
1. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

## Учебные аудитории для лекционных, семинарских и самостоятельных занятий по дисциплине не требуют специального технического оснащения.