**Программа учебной дисциплины \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

Утверждена

Академическим советом ООП

Протокол № от «\_\_»\_\_\_\_\_20\_\_ г.

|  |  |
| --- | --- |
| Автор | Протасов Владимир Юрьевич |
| Число кредитов |  |
| Контактная работа (час.) | 80 |
| Самостоятельная работа (час.) | 110 |
| Курс | 2 |
| Формат изучения дисциплины | без использования онлайн курса |

1. **ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ**

Целями освоения дисциплины **Дифференциальные уравнения** являются приобретение базовых знаний по типам обыкновенных дифференциальных уравнений, постановкам основных задач для них, свойствам и методам их анализа и решения, формирование умения аналитически решать соответствующие конкретные приобретение навыков изучения свойств решений основных задач, применения дифференциальных уравнений к задачам вариационного исчисления, оптимального управления, математического моделирования, геометрии, математической экономики, социологии и т.д.

В результате освоения дисциплины студент должен:

* знать основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений, постановки соответствующих задач Коши и краевых задач, основные свойства решений этих задач и методы их исследования и нахождения
* уметь аналитически решать стандартные задачи указанного типа с помощью различных методов
* иметь навыки изучения свойств решений указанных задач.
* применять дифференциальные уравнения к задачам вариационного исчисления, оптимального управления и математического моделирования.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

| ***Компетенция*** | ***Код по ФГОС / НИУ*** | ***Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)*** | ***Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции*** |
| --- | --- | --- | --- |
| Способен вести исследовательскую деятельность, включая анализ проблем, постановку целей и задач, выделение объекта и предмета исследования, выбор способа и методов исследования, а также оценку его качества | УК-6 | Правильно применяет методы решения конкретных задач,  умеет решать нестандартные задачи теоретического характера, свободно ориентируется в теоретическом материале. | лекции, решение нестандартных задач на семинарских занятиях, выполнение заданий для самостоятельной работы |
| Способен описывать проблемы и ситуации профессиональной деятельности, используя язык и аппарат математики | ПК-1 | Формулирует прикладные задачи на языке математических уравнений, свободно владеет основами изучаемых уравнений и методами их анализа. | лекции, выполнение заданий для самостоятельной работы |
| Способен математически корректно формулировать и  доказывать утверждения, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата | ПК-2 | Правильно применяет изученные методы для решения конкретных задач, умеет обобщать и выводить следствия. | лекции, выполнение заданий на семинарских занятиях, домашних заданий, контрольных работ, заданий для самостоятельной работы |
| Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат | ПК-3 | Понимает и уверенно владеет методами линейной алгебры, математического анализа  и комбинаторики. | выполнение домашних заданий |
|  |  |  |  |

# Содержание УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. **Исследования дифференциальных уравнений общего вида**
2. Основные понятия. Задача Коши и краевая задача.
3. Уравнения высших порядков. Системы уравнений.
4. Примеры из физики, техники, биологии, экономики.
5. Ломаные Эйлера. Дифференциальные и интегральные уравнения.
6. Принцип сжимающих отображений. Теорема о существовании решений.
7. Теорема о единственности решений. Существенность условий.
8. Теорема о продолжении решения.
9. Зависимость решений от параметров и от начальных данных.
10. **Простейшие дифференциальные уравнения**
11. Уравнения с разделяющимися переменными.
12. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной.
13. Некоторые уравнения второго порядка.
14. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
15. **Примеры и приложения**
16. Примеры несуществования и неединственности решений, неустойчивых решений, расходящихся ломаных Эйлера.
17. Применения к задачам математического моделирования. Уравнения роста популяции биологических видов.
18. Уравнение Лотки-Вольтерры. Нахождение и исследование решений. Доказательство периодичности.
19. Применения к задачам математической экономики. Задача о влиянии рекламы. Исследование модели Эрлофа-Нэрроу.
20. Задача о динамике развития фирмы.
21. Задача о вычислении матрицы возможностей социальной сети.
22. **Линейные системы и линейные уравнения высших порядков**
23. Однородные линейные системы. Фундаментальные решения, пространство решений.
24. Определитель Вронского и его свойства. Составление уравнения по заданным фундаментальным решениям.
25. Неоднородные системы.
26. Линейные уравнения высших порядков.
27. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Экспонента матрицы. Фундаментальная система решений.
28. Метод неопределенных коэффициентов.
29. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Построение фундаментальных решений однородного уравнения. Отыскание частных решений неоднородного уравнения.
30. **Устойчивость решений**
31. Теорема Ляпунова. Примеры.
32. Устойчивость периодических траекторий.
33. **Применения к задачам вариационного исчисления**
34. Простейшая задача вариационного исчисления.
35. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
36. Пример Гильберта. Импульс и энергия.
37. Геодезические. Задача о минимальной площади поверхности вращения.
38. Задача о брахистохроне.
39. Аэродинамическая задача Ньютона.
40. Изопериметрическая задача. Задача Дидоны.
41. Условия Лежандра и Якоби. Применение уравнения Рикатти.
42. **Обобщенные решения**
43. Пространства финитных пробных функций. Обобщенные функции. Регулярные и сингулярные функции. Примеры.
44. Действия над обобщенными функциями. Дифференцирование и интегрирование.
45. Ряды обобщенных функций.
46. Обобщенные решения линейных дифференциальных уравнений.
47. Дифференциально-разностные уравнения. Уравнения с запаздыванием.
48. **Численные методы решения дифференциальных уравнений**
49. Понятие численного решения. Постановка задачи. Сходимость, устойчивость, оценка погрешности.
50. Метод сжимающих отображений. Примеры.
51. Разностные методы. Метод Эйлера.
52. Методы Рунге-Кутты и Адамса.
53. Метод Бубнова-Галеркина.

# ОЦЕНИВАНИЕ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип контроля | Форма  контроля |  | | Параметры |
| 3 м | 4 м |  |
| Текущий  (неделя) | Контрольная работа | 1 | 1 | письменная аудиторная работа |
| Домашнее задание | 1 | 1 | домашние работы из не менее чем 65 задач каждая |
| Итоговый | Экзамен |  | 1 | Письменная работа на 2 часа |

**Критерии оценки знаний, навыков**

Для контрольной работы студент должен продемонстрировать владение методами решения типичных задач по разделу 1. Для домашнего задания студент должен продемонстрировать владение аналитическими методами для решения задач по разделам 2, 3. Компетенции УК-6, ПК-1, ПК-2, ПК-3.

Для промежуточного контроля (экзамена) студент должен продемонстрировать знание ос-новных постановок и результатов изложенной на лекциях теории, а также умение решать кон-кретные типичные задачи по различным темам дисциплины. Компетенции УК-6, ПК-1, ПК-2, ПК-3.

Оценки по всем формам текущего контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

Выдача домашних заданий осуществляется дистанционно.

**Порядок формирования оценок по дисциплине**

Оцениваются домашние, две контрольные, семинарские и непосредственно на экзамене работы студента. Итоговый контроль:

*Oитог= 0,5Онак+0,5 Оэкз*, где

Накопленная оценка за работу в модулях формируется следующим образом:

*Онак*= 0.25 *Окр.1* + 0.25 *Окр.2* + 0.25 *О*дз + 0.25 *О*сем., где

*Окр 1-оценка за первую контрольную;*

*Окр2- оценка за вторую контрольную;*

*Одз-оценка за домашнее задание;*

*Осем-оценка за работу на семинаре;*

**Округление.** При вычислении накопленной оценки *Онак* округление производится арифметически -- до ближайшего целого числа. Половина всегда округляется в большую сторону.

# ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

При ответе на теоретические вопросы литературой пользоваться не разрешается. При решении задач пользоваться личными конспектами лекций и записями, сделанными на семинарах и решениями домашних заданий не разрешается.

1. **РЕСУРСЫ**
   1. **Основная литература**
   2. И.Ю.Протасов, Дифференциальные уравнения, курс лекций, ФКН ВШЭ (2017), https://drive.google.com/file/d/0BzCNGuWhM2ZSdERtVnViMGhHN1U/view
   3. И.Г.Петровский, Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М. Издательство Московского Университета, 1984.
   4. А.Ф.Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, М. Интеграл-Пресс, 1998.
   5. В.С.Владимиров (ред.), Сборник задач по уравнениям математической физики, М. Физматлит, 2004.
   6. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения.  Ижевск: Удм.ГУ, 2000.
   7. В.Ю.Протасов, Вариационное исчисление и оптимальное управление, курс лекции, мехмат МГУ (2014), <http://new.math.msu.su/department/opu/node/92>
   8. Н.П.Осмоловский, В.М.Тихомиров (ред.), Теория экстремальных задач, М. МЦНМО, 2008.
   9. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков, Численные методы, М. БИНОМ Лаборатория знаний, 2007.
   10. **Дополнительная литература**
   11. Л.С.Понтрягин, Обыкновенные дифференциальные уравнения, М. Наука, 1974
   12. Дж.Ортега, У.Пул, Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений, М. Наука, 1986.
   13. В.С.Владимиров, Уравнения математической физики, М. Наука, 1981.



**3. Программное обеспечение**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_



* 1. **Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для семинарских и самостоятельных занятий по дисциплине не требуют специального технического оснащения.